

Übungen Komplexitätstheorie

Blatt 1

O-Notation

1. a) Bestimmen Sie ein n_0 und ein c , um $(3n+2)^2 = O(n^2)$ zu zeigen.
b) Zeigen Sie $\lim(3n+2)^2/n^2 = 3$, um $(3n+2)^2 = O(n^2)$ erneut zu folgern.
c) Zeigen Sie durch Anwendung der Regel von L'Hospital, dass $(3n+2)^2 = O(n^2)$ gilt.
2. Zeigen Sie:
a) $O(f(n)) + O(g(n)) = O(f(n)+g(n)) = O(\max\{f(n),g(n)\})$
b) $O(f(n)) * O(g(n)) = O(f(n)*g(n))$
3. a) Seien a, b, c reelle Zahlen mit $1 < b, 1 < a$ und $\log_2 = O(\lg n)$.
Zeigen Sie $\log_b(an+c) = O(\lg n)$.
b) Sei $p(n)$ ein Polynom mit konstantem Grad k . Zeigen Sie $O(\log(p(n))) = O(\lg n)$.
c) $O((\lg n)^3) = O(n^{1/3})$.

Berechenbarkeitsbegriff

1. Die Ackermannfunktion ist wie folgt definiert

$$a(0, y) = y + 1$$

$$a(x+1, 0) = a(x, 1)$$

$$a(x+1, y+1) = a(x, a(x+1, y))$$

Zeigen Sie (induktiv):

$$a) a(1, y) = y + 2 \quad a(0+1, (y-1)+1) = a(0, a(1, y-1)) = a(0, y+1) = y+2$$

$$b) a(2, y) = 2y + 3 \quad a(1+1, (y-1)+1) = a(1, a(2, y-1)) = a(1, 2(y-1)+3) = a(1, 2y+1) = 2y+3$$

Bemerkung: Die Ackermannfunktion ist ein Beispiel einer Funktion, die berechenbar (rekursiv), aber nicht LOOP-berechenbar (primitiv rekursiv) ist.

2. Schreiben Sie ein Computer-Programm, dass das folgende PKP

$$\{(001, 0), (01, 011), (01, 101), (10, 001)\}$$

löst. Sie können es auch mit einem Zettel und einem Stift versuchen.

Hinweis: Die Lösungslänge ist 66.

